dr hab. inż. Błażej Wróbel, prof. UWr
Insytut Matematyczny Uniwersytetu Wrocławskiego
Plac Grunwaldzki 2, 50-234 Wrocław

Wrocław, 25.03.2022

Recenzja osiągnięć naukowych w postępowaniu o nadanie stopnia naukowego doktora habilitowanego dr. Panayotisowi Smyrnelisowi

Osiągnięciem naukowym zgłaszanym do habilitacji jest cykl 6 artykułów naukowych pt. **Równania różniczkowe dotyczące przejść fazowych**. Wszystkie te prace ukazały się w bardzo dobrych a nawet prestiżowych czasopismach matematycznych: Indiana University Mathematics Journal, Nonlinear Analysis, Calculus of Variations and PDEs, Archive for Rational Mechanics and Analysis, Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa Classe di Scienze, Journal de Mathématiques Pures et Appliquées. Nie mam wątpliwości, że prace te stanowią cykl powiązanych tematycznie artykułów pod wspólnym tytułem w rozumieniu art. 219 ust. 1. pkt. 2 ustawy Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce.

Autoreferat jest napisany starannie. W kilku miejscach znalazłem jednak literówki, które czasem rzutują na płynność lektury. Dla przykładu, przy opisie wyników (**S3**) w równaniu (4.20) funkcja u występuje bez pochodnej (w obu wersjach językowych). Dodatkowo, momentami autoreferat był dla mnie napisany zbyt lakonicznie. Ogólnie jednak Habilitant w dość klarowny sposób opisuje swoje wyniki w kontekście rezultatów otrzymanych wcześniej.

Spośród 6 zgłaszanych prac 2 są samodzielnego autorstwa Habilitanta, natomiast 4 są pracami współautorskimi. Oświadczenia współautorów jasno wskazują, że w każdej z prac współautorskich matematyczny wkład dr. Smyrnelisa był istotny a nawet kluczowy. Jeśli chodzi o pracę (**S3**), to brakuje oświadczenia E. Vidal-Henriquez. Osoba ta jest byłym magistrantem innego ze współautorów pracy (**S3**) - prof. M. G. Clerc i dr. Smyrnelis nie był w stanie uzyskać od P. Vidal-Henriquez oświadczenia współautora. Z oświadczeń pozostałych współautorów wynika jednak, że wkład dr. Smyrnelisa także w tej pracy był istotny.

1 Omówienie osiągnięcia naukowego

Wszystkie prace zgłoszone jako osiągnięcie naukowe związane są z równaniami różniczkowymi dotyczącymi przejść fazowych. W fizyce przez przejście fazowe rozumiemy proces termodynamiczny polegający na przejściu jednej fazy termodynamicznej w drugą. Przykładem przejścia fazowego jest zmiana stanu skupienia jednorodnej substancji. Jednym z najprostszych matematycznych modeli przejścia fazowego jest r.r.z. Allena-Cahna

$$u''(x) = W'(u(x)), \quad x \in \mathbb{R}, \qquad \text{gdzie} \quad W(u) = \frac{1}{4}(u^2-1)^2. \tag{AC}$$

Rozwiązanie u tego równania opisuje stosunek mas dwóch substancji (np. stopów metali). Łatwo zauważyć, że $u = \pm 1$ są globalnymi rozwiązaniami (AC), które odpowiadają czystym fazom substancji. W kontekście modelowania przejść fazowych bardziej istotne jest znalezienie rozwiązania $u(x)$ które przechodzi z jednej fazy $u = -1$ do drugiej fazy $u = +1$ gdy $x \to \pm\infty$. W przypadku równania Allena-Cahna istnieje, z dokładnością do translacji, tylko jedno takie rozwiązanie, które minimalizuje stowarzyszony funkcjonał energii. Jest to tzw. orbita łącząca heterokliniczna $e(x) = \tanh(x/\sqrt{2})$. Zagadnienia związane z uogólnieniami i rozszerzeniami równania Allena-Cahna (AC) i jego heteroklinicznego rozwiązania stanowią istotną część ocenianego osiągnięcia naukowego.

Osiągnięcie naukowe zostało podzielone w autoreferacie na trzy kategorie

(O1) Rozwiązanie problemu połączenia orbity heteroklinicznej dla układów r.r.z. drugiego i czwartego rzędu. Prace (**S1**), (**S2**)

(O2) Zastosowanie równania różniczkowego dotyczącego przejść fazowych do modelowania konkretnego zjawiska fizycznego. Praca (**S3**)

(O3) Skonstruowanie nowych rozwiązań r.r.cz. dotyczących przejść fazowych, istotnych zarówno z punktu widzenia zastosowań jak i interesujących matematycznie. Prace (**S4**, **S5**, **S6**).

Podział ten dobrze oddaje charakter osiągnięć.

Przejdę teraz do opisu każdej z prac wchodzącej w skład osiągnięcia naukowego. Odniesienia do cytowań i twierdzeń są podawane wg polskiej wersji autoreferatu.

1.1 Praca S1

W tej pracy badane są punkty minimalne układu Hamiltona

$$u''(x) = \nabla W(u(x)), \qquad u\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}^n, \qquad W \in C^2(\mathbb{R}^m; \mathbb{R}). \tag{R1}$$

Główne twierdzenie - Twierdzenie 4.1 w autoreferacie - dowodzi istnienia orbit łączących: heteroklinicznych, homoklinicznych i okresowych przy założeniach podobnych do klasycznych twierdzeń równania skalarnego (gdy $m = 1$). Założeniem strukturalnym w (**S1**) jest rozbicie $\partial\Omega$ na dwa zwarte i rozłączne zbiory A^- i A^+, gdzie Ω oznacza spójną składową zbioru $\{W > 0\}$. Przez orbitę rozumiemy tu rozwiązanie (R1) a np. heterokliniczność oznacza, że $u(x)$ przechodzi z jednego rozwiązania należącego do A^- do innego rozwiązania należącego do A^+ gdy $x \to \pm\infty$.

Praca (**S1**) znacznie uogólnia wcześniejsze wyniki Alikakos i Fusco z [4]. Po pierwsze w (**S1**) nie jest potrzebny techniczny warunek monotoniczności z [4]. Po drugie w [4] rozważano tylko przypadek gdy potencjał W ma skończenie wiele globalnych minimów. Natomiast w (**S1**) minima W mogą leżeć na bardziej ogólnych zbiorach zwartych niż pojedyncze punkty.

Dowód Twierdzenia 4.1 polega na wykazaniu, że odpowiednia orbita łącząca minimalizuje funkcjonał akcji $E(u) = \int_{\mathbb{R}}(\frac{1}{2}|u'|^2 + W(u))$ w klasie funkcji spełniających odpowiednie warunki brzegowe. Jest zbliżony do rozumowania z [4].

1.2 Praca S2

Autor rozważa układ równań Eulera-Lagrange'a

$$\frac{d^4u}{dx^4} + W_u(u, u') - W_{uv}(u, u')u' - W_{vv}(u, u')u'' = 0, \qquad u\colon \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}^m, \tag{R2}$$

gdzie $u \in W^{2,2}_{\text{loc}}(\mathbb{R}; \mathbb{R}^m)$ zaś $W \in C^2(\mathbb{R}^m \times R^m, [0, \infty))$. Równanie to opisuje dość szeroką klasę układów r.r.z. czwartego rzędu, między innymi wektorowe r.r.z Fischera-Kołomogorowa (4.19).

Główne Twierdzenie 4.2 jest odpowiednikiem heteroklinicznej części Twierdzenia 4.1 (i) z (**S1**). Przy odpowiednich założeniach o funkcji W autor wykazuje istnienie minimalnej orbity heteroklinicznej, która łączy rozwiązania $u(x)$ należące do rozłącznych składowych zbioru $A = \{u \in \mathbb{R}^m \colon W(u, 0) = 0\}$ gdy x przechodzi z $-\infty$ do $+\infty$. Podobnie jak w (**S1**) głównym założeniem jest warunek rozdzielania zbioru A na dwa niepuste, zwarte i rozłączne podzbiory A^- i A^+ (warunek $\mathbf{H}_1$). Oprócz tego zakłada się dwa warunki dotyczące jednostajności W względem drugiej zmiennej v. Założenia te są np. spełnione dla równania Fischera-Kołmogorowa (4.19).

Metoda dowodu zastosowana w (**S2**) jest udoskonaleniem technik z (**S1**). Znalazła ona zastosowanie w późniejszych pracach Habilitanta (**S15**) i (**S16**), które jednak nie wchodzą do ocenianego osiągnięcia naukowego.

1.3 Praca S3

W tej pracy autorzy rozważają model przejścia fazowego dla oddziaływania światła z materią w ciekłych kryształach. Model ten jest zadany równaniem

$$\epsilon^2 u'' + \mu(x)u - u^3 + \epsilon a f(x) = 0, \tag{R3}$$

przy odpowiednich warunkach (4.21) nałożonych na funkcje μ i f. W równaniu tym parametr $\epsilon > 0$ jest mały, $a \geq 0$ opisuje intensywność zastosowanego światła laserowego, zaś f opisuje pole elektryczne indukowane przez światło. Obszary, w których $\mu < 0$ interpretowane sa jako strefy cienia, natomiast obszary, w których $\mu > 0$ odpowiadają strefom oświetlonym. Jest to jednowymiarowy odpowiednik modelu fizycznego zaproponowanego w [8] przez jednego ze współautorów (**S3**) - prof. M. Clerca - a służącego do opisu oddziaływania swiatła z materią w ciekłych kryształach w fazie nematycznej. Praca (**S3**) wydaje się być pierwszym artykułem badającym ten model ze ściśle matematycznego punktu widzenia.

W (**S3**) zbadano punkty minimalne funkcjonału energii związanego z (R3), vide Twierdzenie 4.3, otrzymując wyniki zgodne z eksperymentami. Oprócz tego odkryto związek (R3) z drugim r.r.z. Painlev´e'a (4.27), a także zbadano, metodami rachunku wariacyjnego rozwiązania jednorodnego równania Painlev´e'a (4.30).

1.4 Praca S4

Autorzy badali tutaj wektorowe równania Allena-Cahna

$$\Delta u(x) = \nabla W(u(x)), \qquad u\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m, \quad W \in C^2(\mathbb{R}^m; [0,\infty)), \tag{R4}$$

przy założeniu, że $\{W = 0\}$ jest skończony. Rozważano ogólne klasy symetrii potencjału W zdefiniowane przez skończoną grupę odbić Γ, wśród których równanie (R4) ma tzw. rozwiązania ekwiwariantne. Równanie (R4) ma trywialne rozwiązanie $u = a$, gdzie a spełnia $W(a) = 0$. Główne twierdzenie (**S4**) - Twierdzenie 4.4 - dowodzi istnienia f-ekwiwariantnych rozwiązań u równania (R4). Ekwiwariantność oznacza tutaj, że $u(gx) = f(g)u(x)$ dla $x \in \mathbb{R}^n$, g z pewnej skończonej lub dyskretnej grupy odbić G w $\mathbb{R}^n$ oraz $f\colon G \mapsto \Gamma$ będącego homomorfizmem. Rozwiązania $u(x)$ z Twierdzenia 4.4 dodatkowo zbiegają do a gdy x zbiega do brzegu obszaru fundamentalnego F grupy G zaś tempo zbieżności jest podane explicite.

Wyniki tej pracy uogólniają wcześniejsze rezultaty z prac Alikakosa i Fusco [5, 19, 2].

1.5 Praca S5

Badano tutaj skalarne r.r.cz. Painleve'a

$$\Delta y = H_y(x_1, y(x)), \qquad x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2, \quad y\colon \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}, \tag{R5}$$

gdzie $H(x_1, y) = \frac{1}{2}x_1 y^2 + \frac{1}{2}y^4$. Główne twierdzenie - Twierdzenie 4.5 - dowodzi istnienia rozwiązania $y(x_1, x_2)$, które łączy, gdy $x_2 \to \pm\infty$ dwie gałęzie minimów $\pm\sqrt{(-x_1)^+/2}$ funkcji H sparametryzowane przez x_1. Rozwiązanie to jest w pewnym sensie odpowiednikiem orbity heteroklinicznej $e(x) = \tan(x/\sqrt{2})$ rozwiązacującej r.r.z. Allena-Cahna (AC). Zostało skonstruowane jako granica punktów minimalnych dla problemu ciekłokrystalicznego.

Wydaje się, że otrzymane przez autorów rozwiązanie równanie (R5) jest pierwszym rozwiązaniem r.r.cz. Painleve'a, które jest zarówno istotne z punktu widzenia zastosowań jak i interesujące matematycznie.

1.6 Praca S6

Autor rozważa tutaj wektorowy odpowiednik równania Painleve'a (R5) dany przez

$$\Delta y = H_y(x_1, y(x)), \qquad x = (x_1, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n, \quad : y \in \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}^{n-1}, \tag{R6}$$

gdzie $H(x_1, y) = \frac{1}{2}x_1|y|^2 + \frac{1}{2}|y|^4$. Równanie to jest blisko związane z układem Ginzburga-Landaua (4.9). Głównym wynikiem (**S6**) jest konstrukcja rozwiązania równania (R6), które ma konfigurację włókna wirowego, vide Twierdzenie 4.6. Rozwiązanie to ma pewne cechy wspólne zarówno z rozwiązaniem układu Ginzburga-Landaua jak i r.r.z. Painleve'a (4.30).

Dowód Twierdzenia 4.6 jest wymagający technicznie i znacznie bardziej skomplikowany niż dowód Twierdzenia 4.5. Dodatkowo w Section 2 (**S6**) autor zebrał interesujące wyniki dotyczące każdego rozwiązania układu (R6), które mogą być przydatne w przyszłych badaniach.

2 Ocena osiągnięcia naukowego

Jak widać z powyższego opisu recenzowane osiągnięcie habilitacyjne cechuje się wysokim poziomem naukowym. Zastosowane metody są zaawansowane matematycznie zaś rachunki są technicznie wymagające. Przedstawione rozumowania wymagały pomysłowości i bardzo dobrej znajomości poruszanych zagadnień. Tematyka rozprawy habilitacyjnej jest intensywnie rozwijana na świecie i istotna. W mojej ocenie wartość rozprawy podnosi także aplikacyjny aspekt części wyników. Podsumowując, nie mam wątpliwości, że przedstawione osiągniecie naukowe stanowi znaczny wkład Habilitanta w rozwój dyscypliny matematyka.

3 Dodatkowe Uwagi

Dr Panayotis Smyrnelis obronił rozprawę doktorską w lipcu 2012 na Uniwersytecie Arystotelesa w Salonikach w Grecji. Od tego czasu był zatrudniony na kilku posadach, głównie typu postdoc: na Uniwersytecie w Atenach (2012-2015), w Centrum Modelowania Matematycznego Uniwersytetu Chile (2015-2018), w IMPAN (2018-2019) oraz w Baskijskim Centrum Matematyki Stosowanej (2019-2020). Od stycznia 2021 realizuje w Baskijskim Centrum Matematyki Stosowanej Marie-Curie individual fellowship. Jasno widać, że podejmuje istotną aktywność naukową na wielu uczelniach.

Całkowity dorobek Habilitanta składa się z 20 prac opublikowanych w dobrych, bardzo dobrych, a nawet prestiżowych czasopismach, głównie z czystej matematyki, ale także z matematyki stosowanej i optyki. Częścią dorobku jest współautorstwo w monografii naukowej (**S7-book** w autoreferacie), której część oparta jest na pracach habilitacyjnych (**S1) i (S4)**. Prawie wszystkie z prac Dr. Smyrnelisa powstały po obronie doktoratu (prace (**S1**)-(**S18**)). W mojej ocenie całkowity dorobek kandydata jest znaczący.

Wskaźniki cytowań dr. Smyrnelisa podane w wykazie osiągnięć to: 46 MathSciNet, 67 Scopus. Różnica cytowań wynika prawdopodbnie z aplikacyjnego charakteru niektórych prac, zwłaszcza (**S3**) i (**S14**), co dobrze świadczy o interdyscyplinarności badań prowadzonych przez Habilitanta. Wskaźnik cytowań sprawdzony na dzień sporządzania recenzji w Google Scholar wynosi 156. Moim zdaniem są to dobre wyniki na tym etapie kariery naukowej.

Habilitant wykazał się także dorobkiem dydaktycznym i organizatorskim. Prowadził kursy dla studentów i doktorantów i zorganizował warsztaty naukowe. Jest również współautorem jednego artykułu przeglądowego, opisującego wyniki badań **(S4)** szerszej publiczności.

4 Konkluzja

Uważam, że osiągnięcie habilitacyjne Dr. Smyrnelisa z naddatkiem spełnia wymagania określone w art. 219.1 Ustawy - Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce. Spełnione są także wszystkie wymagania zwyczajowe. W pełni popieram nadanie Dr. Panayotisowi Smyrnelisowi stopnia doktora habilitowanego.

Błażej Wróbel

Wróbel Błażej