

Niniejsza rozprawa doktorska jest poświęcona badaniom ergodycznych własności procesów Markowa stowarzyszonych z układami rosnących homeomorfizmów odcinka z prawdopodobieństwami. Takie systemy w ogólności są powiązane z fraktalami i dynamiką częściowo hiperboliczną. Nasze obiekty zainteresowań stały się ważne z powodu związków z przykładem Kana dyfeomorfizmu z dwoma atraktorami, których baseny atrakcji są wszędzie gęste i mają dodatnią miarę Lebesgue'a. Rozdział 1 wyjaśnia zwięźle powyższe związki.

Rozdział 2 opisuje podstawowe fakty na temat zachowania rozważanych procesów Markowa. Dynamika zależy od wartości tak zwanych średnich wykładników Lyapunowa w 0 i 1. Jest tam dowiedzione, że jeśli obydwa wykładniki są dodatnie, to istnieje rozkład stacjonarny μ , taki że $\mu((0,1))=1$. W tym wypadku systemy okazują się być synchronizujące, to znaczy odległość pomiędzy trajektoriami startującymi z dwóch punktów zbiega do zera prawie na pewno.

W Rozdziale 3 dowodzi się, że średnia odległość pomiędzy trajektoriami maleje wykładniczo szybko, o ile system składa się z dyfeomorfizmów klasy C^2 . Dowód silnie polega na pewnej wersji twierdzenia Baxendale'a dowiedzionej przez Gharaei i Homburga, które mówi, że średni wykładnik Lyapunova względem miary stacjonarnej jest ujemny. Wykładnicza zbieżność pozwala nam pokazać klasyczne probabilistyczne twierdzenia graniczne. Metoda polega na rozwiązaniu równania Poissona i aproksymacji martyngałem.

W ogólnym przypadku nie wiadomo, czy średnia odległość pomiędzy trajektoriami maleje wykładniczo. Niemniej jednak można wykorzystać pewne wyniki Dominique'a Malicet z 2014 roku do podania oszacowania górnego na średnią odległość i pokazania klasycznych probabilistycznych twierdzeń granicznych. Tutaj metoda polega na aproksymacji martyngałem i wykorzystuje kryterium Maxwell'a-Woodroofe'a. To jest zawartość Rozdziału 4.

Rozdział 5 poświęcony jest studiowaniu pewnego szczególnego systemu homeomorfizmów odcinka z prawdopodobieństwami zależnymi od położenia, zwanymi układami Alsedy-Misiurewicza. Wszystkie znane techniki dowodzenia ergodyczności i stabilności iterowanych układów funkcyjnych z prawdopodobieństwami zależnymi od położenia polega na średnim zwężaniu, które nie zachodzi w rozważanych systemach. Niemniej jednak udało się znaleźć dowody tych własności.