prof. dr hab. Wojciech J. Gajda
**Zakład Geometrii Algebraicznej i Diofantycznej**
**Wydział Matematyki i Informatyki**
**Uniwersytet im. Adama Mickiewicza**
ul. Uniwersytetu Poznańskiego 4
61-614 Poznań

Poznań, 8 maja 2022 r.

**Recenzja**
w postępowaniu o nadanie doktorowi
Piotrowi Tytusowi Achingerowi
stopnia naukowego doktora habilitowanego

Niniejszą recenzję opracowałem na zlecenie profesora Łukasza Stettnera, dyrektora Instytutu Matematycznego PAN z dnia 24 stycznia 2022. Pełny zestaw dokumentów dotarł do mnie 11 marca 2022. Postepowanie o nadanie stopnia doktora habilitowanego toczy się według przepisów ustawy z dnia 20 lipca 2018 *Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce* (Dz. U. z 2020 z poz. 85 z późn.zm.), a w szczególności zgodnie z art. 219 ust. 1 tej ustawy.

**Dorobek naukowy w liczbach.** Kandydat do stopnia naukowego, doktor Piotr Achinger doktoryzował się na University of California w Berkeley w 2015 roku na podstawie rozprawy doktorskiej napisanej pod opieką naukową prof. Arthura Ogusa. Obecnie dr Achinger jest zatrudniony na etacie adiunkta w Instytucie Matematycznym PAN w Warszawie. Kandydat do stopnia jest autorem lub współautorem 9 (według bazy danych Web of Science) lub 12 (według specjalistycznej bazy dla nauk matematycznych MathSciNet) opublikowanych prac twórczych, w tym jednej w materiałach pokonferencyjnych. Wśród prac dra Achingera są 4 publikacje samodzielne (w tym obszerna samodzielna praca w znakomitym *Inventiones mathematicae*). Jeśli więc za miarę wielkości dorobku naukowego przyjąć jego obfitość mierzoną liczbą publikacji (którego to rozwiązania jestem gorącym przeciwnikiem), to jest to dorobek, który należy uznać za wystarczający do wszczęcia postępowania o przyznanie stopnia doktora habilitowanego z nauk matematycznych.

Wszystkie publikacje naukowe Achingera ukazały się w bardzo dobrych lub w co najmniej dobrych recenzowanych czasopismach matermatycznych, takich jak: *Algebra and Number Theory, Compositio Mathematica, Journal of Algebraic Geometry, Geometry and Topology, Journal of the European Mathematical Society, Inventiones mathematicae, Proceedings of the American Mathematical Society, Journal für die reine und angewandte Mathematik (Crelle), Mathematical Research Letters, Tunisian Journal of Mathematics, International Mathematical Research Notices* oraz *Communication in Algebra.* Wśród czasopism, w których publikował dr Achinger, szczególnie chciałbym wyróżnić te, które są przeze mnie bardzo wysoko cenione: *Inventiones, Journal of Algebraic Geometry, Compositio, Crelle* i *Algebra and Number Theory.* Są to czasopisma z bardzo wysokiej półki i niewiele jest czasopism w matematyce, które byłyby jeszcze bardziej znamienite (można by tu wymienić tylko *Annals of Mathematics*). Jeśli więc za miarę dorobku naukowego przyjąć listę najbardziej prestiżowych czasopism, w których publikował kandydat do stopnia naukowego, to dr Achinger posiada więcej niż wystarczający dorobek. Według bazy danych MathSciNet, prace Piotra Achingera cytowane były 28 razy. Bardziej szczegółowa analiza wykazuje, że jedynie nieliczne spośród tych cytowań to samocytowania. Według bazy danych Web of Science liczba cytowań wynosi 18. Bardzo dobra ranga czasopism, a także cytowania sugerują wysoką jakość publikacji (do której odniosę się

w dalszej części mojej recenzji) oraz dowodzą ich rozpoznawalności w środowisku naukowym, mimo młodego wieku kandydata do stopnia. Uważam, że mierzony liczbowo dorobek naukowy spełnia zwyczajowe wymagania stawiane wobec osób ubiegających się o nadanie stopnia naukowego doktora habilitowanego w naukach matematycznych. Nie jestem zwolennikiem przywiązywania nadmiernej wagi do takich danych bibliometrycznych, tym niemniej powyższe zestawienie dowodzi, że wniosek doktora Achingera jest w tym aspekcie dobrze uzasadniony.

**Tematyka badań i ocena osiągnięcia naukowego.** Przedmiotem badań Piotra Achingera jest szeroko rozumiana teoria homotopii schematów i rozmaitości algebraicznych, która mieści się w nurcie badań tak zwanej *warszawskiej szkoły geometrii algebraicznej* zainicjowanej i ukształtowanej w pracach profesorów A. Białynickiego-Biruli, J. Wiśniewskiego, P. Pragacza, A. Langera oraz ich następców. We wstępnej fazie swojej edukacji matematycznej na Uniwersytecie Warszawskim dr Achinger studiował pod opieką naukową wymienionego tutaj profesora Adriana Langera. Po studiach doktorskich w Berkeley pod opieką profesora Arthura Ogusa dr Achinger skoncentrował swoje badania naukowe na problemach geometrii algebraicznej w charakterystykach dodatniej i mieszanych, w tym w szczególności na opisie typów homotopii rozmaitości algebraicznych nad rożnymi ciałami niearchimedesowych w terminach algebry przemiennej i algebry homologicznej. Szczegółowe przedstawienie całego dorobku naukowego kandydata mogłoby być zadaniem dosyć wyczerpującym – tylko załączone do dokumentacji kopie wybranych publikacji stanowią ponad 200 stron druku. Dogłębne zapoznanie się z całością dorobku dra Piotra Achingera prawdopodobnie nie jest możliwe w ramach czasowych przewidzianych przez ustawodawcę na przygotowanie mojej recenzji. Poniżej nakreślę więc tylko mój subiektywny opis kilku szczegółowych wyników badań kandydata przedstawionych w podlegającym naszej ocenie osiągnięciu naukowym złożonym z pięciu prac [Hab1] – [Hab5].

P*roblem podniesienia.* Niech X będzie gładką rozmaitością rzutową nad ciałem k algebraicznie domkniętym charakterystyki p>0. Niech $W_2(k)$ oznacza pierścień wektorów Witta o długości dwa. Wyniki z prac [Hab1] - [Hab3] dotyczą problemu istnienia podniesienia X razem z morfizmem Frobeniusa do pierścienia $W_2(k)$ lub do charakterystyki zero. Jeżeli takie podniesienie do $W_2(k)$ istnieje, to mówimy, że X jest rozmaitością *F-podnoszalną.* Wiodąca hipoteza dotycząca F-podnoszalności rozmaitości została sformułowana w pracy [Hab3]. Autorzy tej pracy przypuszczają, że jeśli X jest F-podnoszalna, to wtedy istnieje skończone *etalne* nakrycie Galois f: Y → X takie, że morfizm Albanese Y → Alb(Y) jest rozwłóknieniem torycznym. W szczególności, oznacza to, że jeżeli o X założymy dodatkowo, że jest jednospójna (np. gdy X jest rozdzielczo wymiernie spójna), to rozmaitość F-podnoszalna X powinna być zawsze rozmaitością toryczną. W pracy [Hab3] autorzy dowodzą poprawności swojej hipotezy w następujących przypadkach, gdy X jest: (1) przestrzenia jednorodną, (2) dim X<3 oraz (3) trifoldem Fano w sensie klasyfikacji Mori-Mukai. Ponadto autorzy dyskutują związki swojej hipotezy z hipotezą Wiśniewskiego-Occhetty z 2002 roku oraz uzyskują bardzo ciekawe uogólnienie klasycznego wyniku Mehty i Srinivasa z 1987 roku na przypadek log-rozmaitości typu Calabi-Yau. Wyniki badań z [Hab3] uzyskały swoją kontynuację w preprincie „*Global Frobenius liftability II: surfaces and Fano threefolds"* tych samych autorów, który ma już akceptację do publikacji w *Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa, Classe di Scienze.* Krótka, ale ciekawa praca [Hab1] zawiera naturalne i bardzo eleganckie przykłady rozmaitości nie podnoszalnych do charakterystyki zero, ani nawet do $W_2(k)$. Obszerna praca [Hab2] opublikowana w Crelle w 2021 roku wspólnie z Maciejem Zdanowiczem zamyka ten cykl prac z osiągnięcia habilitacyjnego dra Achingera dotyczących problemu podnoszalności rozmaitości algebraicznych. Wzorując się na tezach klasycznej teorii deformacji zwyczajnych rozmaitości abelowych Serre'a iTate'a autorzy tej pracy konstruują kanoniczne podniesienia

modulo $p^2$ dla dużej klasy rozmaitości typu Calabi-Yau określonych nad ciałem algebraicznie domkniętym charakterystyki p>0. W mojej ocenie prace [Hab1]-[Hab3] razem ze wspomnianym preprintem zawierają wyniki z bardzo ciekawego programu badawczego. Autorom udało się uzyskać ważne nowe twierdzenia w klasycznej problematyce podniesienia rozmaitości. Niewątpliwie ta część omawianego osiągnięcia naukowego dobrze reprezentuje możliwości i warsztat naukowy kandydata do stopnia.

*Rozmaitości K(Π,1).* Praca [Hab4] stanowi rozwinięcie i ukoronowanie wyników autora uzyskanych w jego tezie doktorskiej na temat problemu *etalnego* typu homotopii rozmaitości afinicznych. Jej główne twierdzenia zostały jednakże dowiedzione już po uzyskaniu stopnia doktora. Autor dowodzi, że każdy spójny afiniczny $\mathbf{F}_p$-schemat jest K(Π,1)-schematem. Przypomnijmy, że spójny schemat z punktem bazowym (X,x) jest K(Π,1)-schematem jeżeli dla dowolnego lokalnie stałego snopa *etalnego F* skończonych grup abelowych na X, naturalne homomorfizmy grup kohomologii $H^*(\Pi_1(X,x), F_x) \rightarrow H^*(X, F)$ są izomorfizmami. Łatwo sprawdzić, że dla dostatecznie dobrych schematów (np. noetherowskich i geometrycznie *unibranch*) X jest K(Π,1)-schematem, wtedy i tylko wtedy, gdy (podobnie jak w klasycznej topologii algebraicznej) znikają wszystkie wyższe *etalne* grupy homotopii $\Pi_i(X,x)$, dla i>1. Główny wynik omawianej pracy dowiedziony został przez autora dzięki zastosowaniu teorii wyższych rozgałęzień T.Saito oraz ciekawego wariantu twierdzenia typu Bertiniego dla snopów koherentnych na przestrzeniach afinicznych (udowodnionego także w [Hab4]) co pociągnęło, że przestrzenie afiniczne nad ciałami nieskończonymi charakterystyki dodatniej są K(Π,1)-schematami. W przypadku dowolnego schematu afinicznego dla zakończenia dowodu twierdzenia głównego autor posłużył się wynikiem Gabbera o właściwej zamianie bazy w sytuacji afinicznej. Praca [Hab4] zasługuje moim zdaniem na szczególną uwagę na tle innych wyników omawianego osiągnięcia ponieważ zawiera eleganckie rozwiązanie niebanalnego problemu i zarazem otwiera drogę do nowego kierunku badań w geometrii algebraicznej.

*Typy homotopii Bettiego.* W pracy [Hab5] autorzy skonstruowali funktor (o bardzo dobrych własnościach) typu homotopii rozmaitości algebraicznej nad ciałem szeregów formalnych Lauranta $\mathbf{C}((t))$ udzielając w ten sposób pozytywnej odpowiedzi na pytanie postawione przez Treutmanna w 2017 roku. Mówiąc precyzyjniej, w pracy skonstruowano funktor $\mathcal{Y}_{rig}$ z kategorii gładkich rozmaitości niearchimedesowych nad $\mathbf{C}((t))$ do homotopijnej kategorii przestrzeni topologicznych nad okręgiem $\mathbf{S}^1$. W szczególności, w [Hab5] udowodniono istnienie naturalnej równoważności homotopijnej nad $\mathbf{S}^1$ przestrzeni $X_{top} \times_{Stop} \triangle^*$ i przestrzeni $\mathcal{Y}_{rig}((X^*)^{an})$, gdzie X/S jest zadaną rodziną rozmaitości gładkich, $(X^*)^{an}$ jest rozmaitością niearchimedesowską przypisaną do X, a $\triangle^*$ małym dyskiem nakłutym w punkcie s rozmaitości S. W praktyce, ta równoważność homotopijna oznacza, że w pewnym sensie funktor $\mathcal{Y}_{rig}$ zapamiętuje topologię rodziny X/S w otoczeniu punktu s. Niech tak długi przegląd wyników kandydata do stopnia będzie już wystarczającym. W tym miejscu odeślę zainteresowanego czytelnika do ostatniego rozdziału Autoreferatu, który w przystępny sposób opisuje konstrukcję i własności funktora $\mathcal{Y}_{rig}$. Jak widać z aktualnej listy publikacji dra Piotra Achingera praca [Hab5] wytyczała już całkiem nowy kierunek jego badań naukowych, który do tej pory zaowocował już co najmniej trzema obszernymi publikacjami wykraczającymi poza oceniane tutaj osiągniecie naukowe.

**Podsumowanie oceny**. Według wykonanego dzisiaj odczytu z bazy artykułów matematycznych *arXives* dr Piotr Achinger jest autorem lub współautorem 19 prac, z czego 16 to prace już opublikowane lub przyjęte do druku. Dla wielu osób ważną może być informacja, że znaczący odsetek prac stanowią prace samodzielne, przez co *gdybanie* nad indywidualnym wkładem każdego ze współautorów jest raczej bezprzedmiotowe. Przy tym do grona

współautorów Achingera należą tacy matematycy jak: Arthur Ogus, Ilten Owen, Nicolas Perrin, Matia Talpo, Jakub Witaszek i Maciej Zdanowicz. Doktor Piotr Achinger w swoich pracach stosuje szeroką i bogatą paletę narzędzi matematycznych pochodzących z kilku różnych działów algebry i geometrii. Tematyka prac jest bardzo ciekawa, a rozwiązywane problemy są naturalne i dobrze umotywowane we współczesnej geometrii algebraicznej. Lektura prac Achingera stanowiła dla mnie dużą przyjemność, bo widać w nich troskę o czytelnika, aby nie pogubił się w skomplikowanych szczegółach technicznych. Podsumowując: jest to bogaty dorobek naukowy, który dotyczy bardzo dobrze umotywowanych problemów, rozwiązywanych w elegancki, chociaż miejscami technicznie skomplikowany sposób.

**Konkluzja.** Celem mojej recenzji jest przede wszystkim rozstrzygnięcie tego, czy kandydat spełnia wymogi stawiane przez aktualnie obowiązująca nas Ustawę wobec osób ubiegających się o stopień naukowy doktora habilitowanego. Artykuł 219, ustęp 1 tej ustawy stawia poniższe dwa wymagania:

- *„…posiada w dorobku osiągnięcia naukowe albo artystyczne, stanowiące znaczny wkład w rozwój określonej dyscypliny…”*- temu aspektowi poświęcona została większa część mojej recenzji i bez żadnej wątpliwości stwierdzam, że ten ustawowy wymóg został w tym przypadku **wypełniony i to z naddatkiem**,
- *„ …wykazuje się istotną aktywnością naukową albo artystyczną realizowaną w więcej niż jednej uczelni, instytucji naukowej lub instytucji kultury, w szczególności zagranicznej…”*- łatwo można sprawdzić, że kandydat **spełnia z nawiązką także takie kryterium.** Po pierwsze, kierował grantem NCN *Sonata*, a w tej chwili realizuje jako kierownik prestiżowy *Starting Grant* ERC o budżecie finansowym przekraczającym milion Euro. Po drugie, przedstawiona dokumentacja zawiera szczegółowe informacje o licznych stażach naukowych pana Achingera, między innymi: o stażu podoktorskim w MSRI w Berkeley, rocznym stażu podoktorskim w IHES pod Paryżem oraz o dłuższych pobytach w MPI i w centrum Hausdorffa w Bonn. Dr Achinger wielokrotnie wygłaszał wykłady na seminariach i konferencjach naukowych w najlepszych ośrodkach naukowych w Europie i w USA. W 2016 otrzymał prestiżową nagrodę PTM im. Kazimierza Kuratowskiego dla młodych matematyków. W ostatnim czasie współorganizował trzy duże konferencje naukowe i razem z kolegami z Warszawy organizuje cykliczne seminarium z geometrii algebraicznej IMPANGA.

Na zakończenie warto nadmienić, że doktor Achinger już dwukrotnie był promotorem pomocniczym w przewodach doktorskich, a obecnie prowadzi badania wspólnie z kilkoma młodymi matematykami przebywającymi na stypendiach podoktorskich w IMPAN w Warszawie, sfinansowanymi z jego grantu ERC. Od wielu lat był i nadal jest zaangażowanym w pracę z utalentowaną młodzieżą w szkołach średnich Warszawy i na Uniwersytecie Warszawskim. Wypromował ostatnio kilku świetnych studentów, których prace dyplomowe zdobywały wysokie laury w konkursie im. Józefa Marcinkiewicza i w konkursie mBanku dla młodych adeptów matematyki. Podsumowując jestem przekonany, że doktor Piotr Achinger **spełnia wszystkie ustawowe oraz zwyczajowe wymagania stawiane obecnie** kandydatom do stopnia doktora habilitowanego z nauk matematycznych i gorąco popieram wniosek o nadanie mu tego stopnia.

Prof. dr hab. Wojciech Jerzy Gajda